

Representació gràfica i expressions d'un nombre complex

1. Introducció

A l'hora d'intentar trobar solucions a equacions del tipus $x^2+1=0$ ens trobem que la solució ha de verificar $x=\sqrt{-1}$, és a dir, que la solució ha de ser un nombre que al quadrat done -1. Com que aquest nombre no existeix els matemàtics han hagut d'inventar-se'l per poder trobar solució a aquestes equacions. A aquest nombre el van anomenar i , i gràcies a ell, s'ha arribat a resultats matemàtics que no s'hagueren descobert sense ell. Tots els nombres que necessiten aquesta i per poder expressar-se s'anomenen **nombres complexos**, i aquesta i , **unitat imaginària**.

Definició.-

Tot nombre complex és de la forma $a+b\sqrt{-1}=a+bi$. Aquesta expressió rep el nom de **forma binòmica**, i el nombre a s'anomena la **part real** i b la **part imaginària**.

Per exemple, quina seria la solució de l'equació $x^2-2'4x+1'69=0$? Segons la fórmula de les equacions de segon grau:

$$x = \frac{2'4 \pm \sqrt{5'76 - 6'76}}{2}$$
$$x = \frac{2'4 \pm \sqrt{-1}}{2}$$
$$x = 1'2 \pm 0'5\sqrt{-1}$$
$$x = 1'2 \pm 0'5i$$

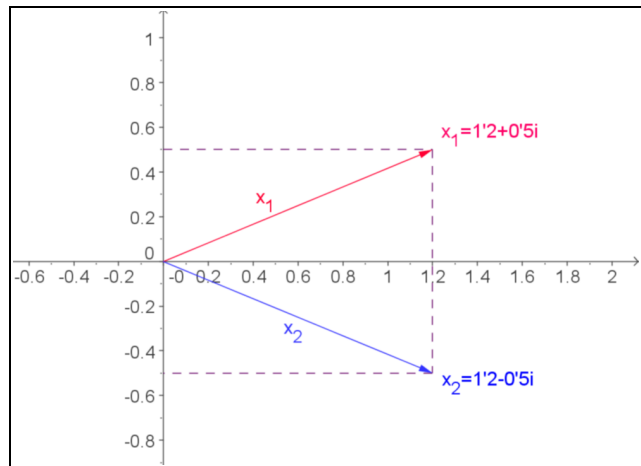
És a dir, tindriem dues solucions complexes: $x_1=1'2+0'5i$; $x_2=1'2-0'5i$ en la primera, $a = 1'2$ i $b = 0'5$; i en la segona $a = 1'2$ i $b = -0'5$

2. Representació gràfica

1. Forma Vectorial

Els nombres complexos no poden representar-se sobre la recta real, per tant hem de buscar un altra ubicació. Una cosa que ens pot ajudar a trobar-la és el fet que per escriure un nombre complex es necessiten dos de reals: la *part real* (a) i la *part imaginària* (b). En el tema que estàs veient a classe apareixen els **vectors de dues coordenades**. Aquests vectors

necessiten també dos nombres per ser expressats, la **component x** i la **component y**. Per tant, podem fer una correspondència entre els nombres complexos i els vectors de dues coordenades: podem dir que els nombres complexos es poden expressar de la següent forma: $a + bi = (a,b)$. Aquesta expressió rep el nom de **forma vectorial**. D'aquesta forma ja podem representar-los en el pla real:



2. Forma Polar (Modul-Argumental)

Entès ja que tot nombre complex el podem representar com un vector, i tot vector el podem representar en forma polar (és a dir, en forma mòdul-argumental), no et serà difícil escriure en forma polar els següents nombres complexos:

Exercici 1.- Escriu la forma polar (o la forma binòmica) dels següents nombres complexos:

- a) $-3 + 4i$
- b) $-i$
- c) 3_{60°

Ajut: Passa-ho primer a forma vectorial.

Exercici 2.- Representa en el pla els següents nombres complexos:

$$3 + 2i, 5 - 7i, 8i, 3, -2 + 3i, 5 - 5i, 2_{30^\circ}, 1_{90^\circ}, 4_{45^\circ}, 1_{180^\circ}, 2_{225^\circ}, 1_{270^\circ}$$

Exercici 3.- Donats els nombres complexos $u = 1 + 3i$ i $v = 2 - i$, troba un nombre complex w que tinga per mòdul la suma dels mòduls de u i de v , i per argument, la semisuma dels arguments de u i de v . Representa gràficament tots tres nombres complexos. Què observes?

Exercici 4.- Donats $u = 1 + i$ i $v = 3 + 2i$, troba w de forma que el triangle uvw siga rectangle en u i el catet uw el doble que uv .

Exercici 5.- Troba les coordenades dels vèrtex d'un hexàgon regular centrat en l'origen sabent que un dels vèrtex pot expressar-se en forma polar com 2_{180° .

Exercici 6.- Un quadrat té els seus vèrtex per sobre de l'eix real. Si dos vèrtex consecutius del quadrat són $2 + i$ i $5 + 3i$, troba els altres vèrtex